

FASCICOLO INTRODUTTIVO al *kit* di laboratorio

VIAGGIO SEGRETO

per le classi seconde e terze della scuola secondaria di I grado

di Ombretta Locatelli



Collana Quaderni di Laboratorio

Titolo Viaggio segreto

- per le classi seconde e terze della scuola secondaria di I grado

di Ombretta Locatelli

Progetto grafico e impaginazione di Marianna Lorini

III versione – settembre 2010

Questo fascicolo è stato pensato per essere usato con il *kit* di laboratorio cui si riferisce



SOMMARIO

INTRODUZIONE	1
I METODI	1
POSSIBILI PERCORSI E TEMPI DI SVOLGIMENTO	2
IL MATERIALE A DISPOSIZIONE	3
PRIMO GIOCO – “EFFETTO DOMINO”	4
SECONDO GIOCO – “REALIZZIAMO UNA VETRATA”	6
TERZO GIOCO – “VIAGGIO SEGRETO”	8

Nota

I giochi contenuti in questi *kit* sono rielaborazioni di proposte nate all'interno del Corso di perfezionamento “Ideazione e realizzazione di laboratori di matematica per la scuole medie” (a.a. 2005/06) a partire rispettivamente da:

- diversi giochi in commercio (“Effetto domino”);
- un'idea dei ricercatori del Nucleo Ricerca Didattica - Università di Pavia - Sezione di Rozzano (“Realizziamo una vetrata”);
- un'idea di Katia Silvia Arensi, Sara Belfanti, Chiara Colombo e Beniamino Lanteri (“Viaggio segreto”).



INTRODUZIONE

Il laboratorio comprende diverse attività che riguardano, tutte, l'aritmetica e che sono proposte sotto forma di giochi. Due di esse si basano sul concetto di frazione, in particolare di frazioni equivalenti e di somma di frazioni, e si intitolano: “Effetto domino” e “Realizziamo una vetrata”.

L'attività dal titolo “Il viaggio segreto” è basata invece sulle proprietà dei numeri primi e sul loro utilizzo nell'ambito della crittografia.

Non ci soffermiamo in questa sede sull'importanza che tali argomenti rivestono nell'ambito di quelle conoscenze di base della matematica che è opportuno siano patrimonio degli studenti della scuola secondaria di primo grado. Ci limitiamo a sottolineare che non è un caso che i laboratori sulle frazioni affrontino i temi delle frazioni equivalenti e delle somme di frazioni: riteniamo infatti che si tratti di questioni che, nell'ambito dell'argomento “frazioni”, vadano privilegiate rispetto ad altre, perché possono consentire agli studenti di consolidare la loro consapevolezza che di classi di equivalenza si tratta e non di numeri “dello stesso genere” dei numeri naturali. (E ciò anche senza che il docente parli esplicitamente di classi di equivalenza.) Le frazioni $\frac{1}{4}$ e $\frac{6}{24}$ sono diverse, ma rappresentano lo stesso numero razionale. E, d'altra parte, se si vogliono sommare $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{7}$ mantenendo la consapevolezza di ciò che si sta facendo (e non limitandosi ad applicare una “regola” priva di significato), occorre aver ben chiaro questo concetto, sia pure a livello informale.

I METODI

La modalità con cui proponiamo che le attività vengano svolte è quella “laboratoriale”. Essa è strutturata nel seguente modo:

- suddivisione in piccoli gruppi di lavoro (al più 5 studenti per gruppo);
- utilizzo di materiale manipolabile;
- svolgimento delle attività proposte nella scheda di lavoro.

Questa modalità è finalizzata al raggiungimento di alcuni obiettivi, tipici anche del fare ricerca in matematica, che possiamo così riassumere:

- costruzione del proprio sapere;
- comunicazione delle proprie scoperte;
- interiorizzazione delle nozioni apprese.



VIAGGIO SEGRETO

Dalla collaborazione tra i componenti del gruppo, dai liberi tentativi di risposta e con la guida delle schede di lavoro, i ragazzi giungono autonomamente a consolidare le proprie conoscenze su temi di aritmetica.

È importante che gli studenti imparino a comunicare i propri pensieri di argomento matematico, che si abituino cioè, almeno nei piccoli gruppi, a “parlare di matematica”. Pazienza se alcune considerazioni saranno sbagliate: è molto meglio partire da considerazioni e ragionamenti “sbagliati” ma che sono scaturiti dai ragazzi piuttosto che mettere loro in testa le nostre risposte (se le dimenticherebbero a breve!).

Durante lo svolgimento del laboratorio, l’insegnante ha il compito di sorvegliare le attività dei vari gruppi, garantendo una generale situazione di equilibrio. Può certamente sciogliere dubbi o fornire chiarimenti sulle “regole del gioco”, sottolineare gli aspetti critici che scaturiscono dai ragionamenti e magari porre ulteriori domande suggerite proprio dalle discussioni in corso all’interno dei gruppi. In ogni caso, deve far sì che gli studenti giungano autonomamente alle soluzioni, senza anticipare le risposte.

Una delle peculiarità delle attività raccolte in questo *kit* è che sono tutte proposte sotto forma di giochi. Sui rapporti fra il mondo del gioco e quello della matematica si veda, nella collana Quaderni a Quadretti (www.quadernoaquadretti.it), il volume

- Paola Gallo e Cristina Vezzani, *Mondi nel mondo. Fra gioco e matematica*, Mimesis, 2007, Milano

Più in particolare, sul ruolo del gioco nell’insegnamento della matematica si veda l’Introduzione a

- Isabella Bonaiti, Lidia Chiesa, Simona Lanfranchi, *La formica e il miele – 60 giochi per insegnanti e ragazzi svegli*, Mimesis, 2005, Milano.

POSSIBILI PERCORSI E TEMPI DI SVOLGIMENTO

I giochi contenuti nel *kit* sono indipendenti: possono essere proposti tutti o solo alcuni e secondo l’ordine che l’insegnante preferisce. Tuttavia consigliamo di svolgere quello sulle frazioni equivalenti (“Effetto domino”) prima di quello sulle somme delle frazioni (“Realizziamo una vetrata”).

Il tempo di svolgimento previsto per ciascuna scheda di laboratorio è di un paio d’ore circa. In realtà, per alcune di esse, ai ragazzi potrebbe essere sufficiente un tempo minore, ma l’indicazione di massima che diamo qui tiene conto di eventuali difficoltà che potrebbero emergere dal gestire un’attività che per molti studenti potrebbe essere diversa dal solito.



IL MATERIALE A DISPOSIZIONE

Il *kit* di laboratorio comprende:

1. questo fascicolo per gli insegnanti
2. il materiale per l'attività "Effetto domino" sufficiente per 5 gruppi di lavoro, cioè:
 - 5 fogli con le "regole del gioco";
 - 38 tessere del domino con le frazioni;
 - una decina di fogli formato A4 con le tessere del domino in bianco.
3. il materiale per l'attività "Realizziamo una vetrata" sufficiente per 5 gruppi di lavoro, cioè:
 - 5 fogli con le "regole del gioco";
 - 5 vetrate formato A3 con frazioni da $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$;
 - 1 sacchetto contenente i gettoni per l'estrazione (12 tessere da $\frac{1}{2}$, 21 tessere da $\frac{1}{4}$, 21 tessere da $\frac{1}{8}$);
 - 5 sacchetti, ciascuno dei quali contiene un congruo numero di tessere per ricomporre una particolare vetrata con frazioni da $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$;
 - 5 vetrate formato A3 con frazioni da $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$;
 - 1 sacchetto contenente gettoni per l'estrazione (7 tessere da $\frac{1}{2}$, 9 tessere da $\frac{1}{3}$, 7 tessere da $\frac{1}{4}$, 23 tessere da $\frac{1}{6}$, 8 tessere da $\frac{1}{9}$);
 - 5 sacchetti, ciascuno dei quali contiene un congruo numero di tessere per ricomporre una particolare vetrata con frazioni da $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$.
4. il materiale per l'attività "Viaggio segreto" sufficiente per 5 gruppi di lavoro:
 - 5 fogli con le "regole del gioco";
 - 5 tavole dei numeri primi;
 - 5 righelli per crittografia;
 - 5 cartine politiche dell'Italia;
 - 5 calcolatrici tascabili.
5. 1 CD-rom contenente il materiale cartaceo utile per lo svolgimento del laboratorio ed eventuale altro materiale di integrazione.

Da aggiungere a cura dell'insegnante sono:

- carta e penna;
- orologio per cronometrare i tempi di risposta (per l'attività "Effetto domino").



PRIMO GIOCO – “EFFETTO DOMINO”

Prima fase

In questa prima fase dell'attività, la classe (tutta insieme) gioca con il domino già pronto, contenuto nel *kit*. Ecco alcune indicazioni su come *suggeriamo all'insegnante* di condurre l'attività:

- suddividere la classe in gruppi di al più 5 ragazzi;
- distribuire a ciascun gruppo il foglio con le “regole del gioco” (reperibile nella cartelletta);
- dal mucchio delle tessere scegliere una tessera che abbia la stessa frazione scritta sulle due parti e porla in evidenza, scoperta, sul tavolo;
- mescolare le tessere rimaste e distribuirle ai gruppi fino ad esaurirle;
- stabilire un ordine di entrata nel gioco e un portavoce per ciascun gruppo;
- fissare il tempo massimo che può essere usato per ogni mossa da ogni gruppo;
- chiedere al primo gruppo di porre sul tavolo, attaccandola secondo le usuali regole del dominio, una nuova tessera che rechi in una delle sue parti una frazione equivalente a quella scritta sulla tessera di partenza;
- controllare che i gruppi proseguano in ordine e in maniera corretta a mettere le loro tessere sul tavolo, seguendo le indicazioni. Controllare che se un gruppo non ha, o non trova entro il tempo stabilito in partenza, una tessera da porre sul tavolo, passi il turno al gruppo successivo. Quanto alla correttezza della giocata, potrebbe essere interessante concordare con gli studenti che siano loro stessi a verificare quella dei compagni;
- stabilire il gruppo vincitore.

Consigliamo di proporre questa attività del domino dopo che siano stati trattati in classe il concetto di frazione e quello di frazioni equivalenti. In quest'ottica, il laboratorio può essere utilizzato sia come strumento per consolidare le conoscenze acquisite sia come strumento per fare emergere, da parte degli studenti difficoltà legate alla scarsa comprensione dell'argomento.

Seconda fase

In questa seconda fase dell'attività, la classe è chiamata a costruire una propria versione del gioco del domino con le frazioni. Anche per questa attività elenchiamo alcune *indicazioni per l'insegnante/animatore* che abbiamo tratto dalle esperienze fin qui condotte:

- suddividere la classe in gruppi di al più 5 ragazzi;
- consegnare ad ogni gruppo due fogli di carta bianca sui quali sono disegnate alcune tessere vuote (alcune sono reperibili nel materiale presente nella



- cartelletta, mentre i *file* si trovano nel CD-rom contenuto nel *kit*);
- chiedere ad ogni gruppo di preparare sei tessere per una nuova versione del gioco del domino. Su ogni tessera i ragazzi devono scrivere due frazioni. Le due frazioni di una stessa tessera possono essere o non essere equivalenti fra loro; i ragazzi devono però tener presente che le sei tessere devono potersi collegare l'una all'altra accostando frazioni equivalenti;
 - controllare che la sequenza di ogni gruppo sia corretta; in caso contrario chiedere di modificare le tessere sbagliate prima di presentare la sequenza alla classe;
 - disporre le sequenze di ogni gruppo sul tavolo e chiedere ai ragazzi se sia possibile giocare tutti insieme. Si arriverà all'eventuale necessità di creare delle "tessere-ponte" fra le sequenze dei vari gruppi;
 - stabilite le tessere definitive, consegnare a ogni gruppo un foglio di cartoncino colorato su cui sono disegnate almeno sei tessere vuote. Chiedere di scrivere le frazioni sulle tessere e, se è possibile, chiedere di plastificare i fogli così compilati con plastica adesiva trasparente;
 - chiedere infine di tagliare le tessere seguendo le sagome e di riporle in un sacchetto con l'indicazione della classe costruttrice.

Suggeriamo di far svolgere ai ragazzi questa attività solo dopo aver svolto quella prevista nella prima fase. Infatti è solo dopo averla svolta che i ragazzi acquisiscono dimestichezza con il tipo di gioco proposto, e possono essere pronti a inventarne un altro simile. L'insegnante può comunque scegliere di proporre le due attività nell'ordine che preferisce o eventualmente di proporre solo una delle due.

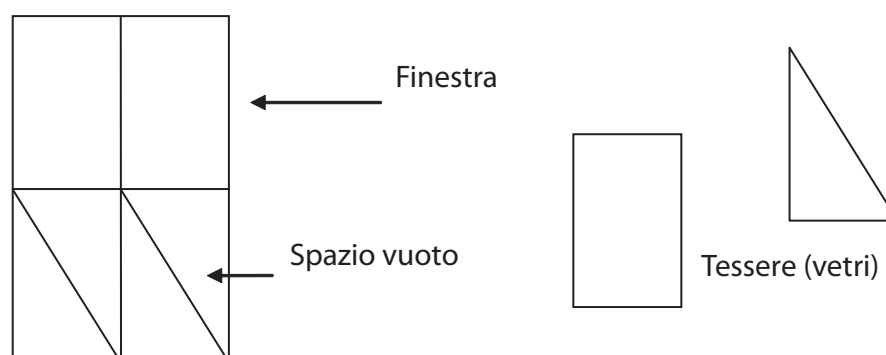
Nel momento in cui i ragazzi si trovano a dover inventare delle nuove tessere del domino si ha un'ulteriore conferma della conoscenza che essi hanno acquisito relativamente all'argomento "frazioni equivalenti". Inoltre, nel momento in cui devono mettere le tessere da loro prodotte insieme a quelle degli altri gruppi per dare il via al gioco, si scontrano con una questione a cui forse non avevano pensato prima: è possibile che quelle dei vari gruppi siano "incompatibili" e che quindi sia necessario realizzare delle "tessere-ponte", che rendano possibile il gioco.



SECONDO GIOCO – “REALIZZIAMO UNA VETRATA”

Indicazioni per il docente

In questa attività la classe deve “colorare” le vetrate contenute nel *kit*, alcune delle quali sono riprodotte nella pagina successiva. Per fare ciò ha a disposizione delle tessere, che corrispondono a frazioni delle finestre che compongono le vetrate.



Il *kit* contiene due serie di vetrate, pensate per due attività differenti: le vetrate della prima serie propongono solo le frazioni da $1/2$, $1/4$, $1/8$, quella della seconda le frazioni da $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/6$, $1/9$. Consigliamo di proporre prima il gioco delle vetrate con le frazioni da $1/2$, $1/4$, $1/8$, in modo da far abituare i ragazzi al fatto che una stessa frazione può essere rappresentata da forme diverse e in modo da abituarli alla divisione della finestra e dei pezzi sempre per 2. Le altre vetrate contengono divisioni della finestra e dei pezzi anche per 3, motivo per cui potrebbe risultare meno immediato riconoscere il tipo di frazione estratto.

Ogni vetrata contiene sei finestre uguali che si aprono nella vetrata stessa. A sua volta ogni finestra è suddivisa in parti corrispondenti alle frazioni indicate.

Ecco alcune indicazioni su come suggeriamo all'insegnante di condurre l'attività:

- dividere la classe in gruppi tenendo conto che il numero ottimale di studenti per gruppo non supera 5, ma anche che nel *kit* è previsto materiale per 5 gruppi;
- distribuire a ciascun gruppo il foglio di “regole del gioco” (reperibile nella cartelletta);
- distribuire ad ogni gruppo una tavola da gioco su cui è disegnata una vetrata;
- distribuire ad ogni gruppo il sacchetto di tessere corrispondente alla vetrata assegnata;
- prendere il sacchetto contenente i gettoni con l'indicazione delle frazioni; cominciare ad estrarre un gettone alla volta; porre i gettoni via via estratti in ordine sul tavolo in modo che sia possibile l'eventuale controllo delle mosse

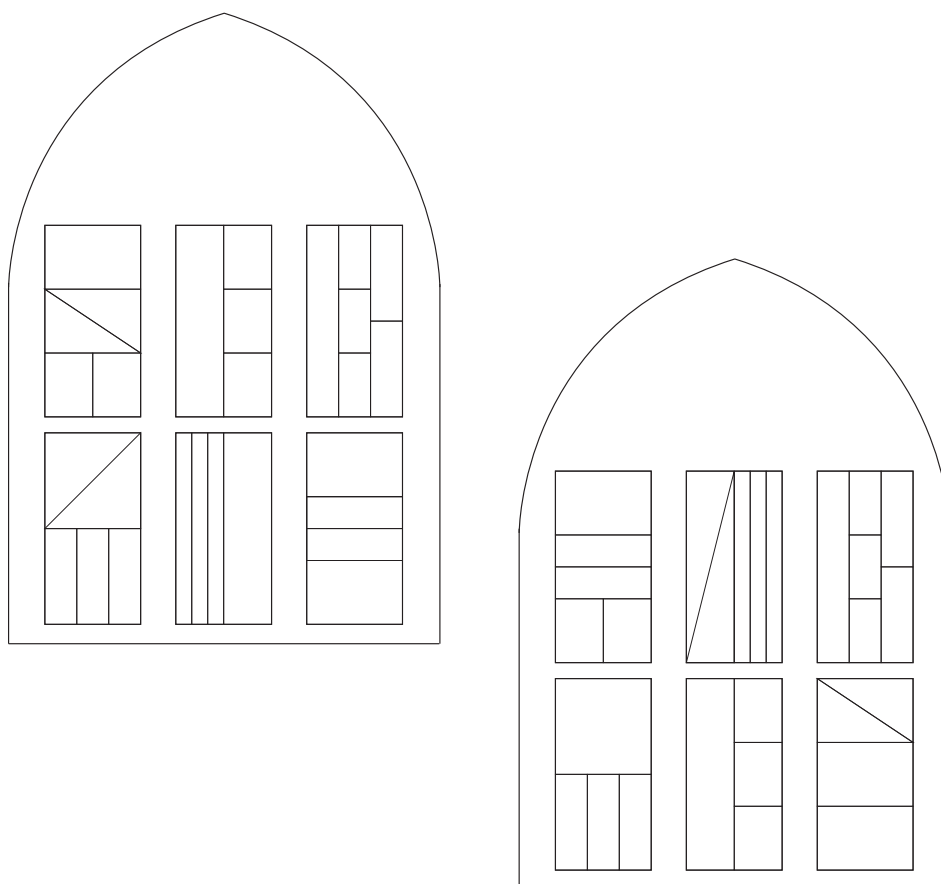


dei vari gruppi; controllare che i vari gruppi operino correttamente e chiedere spiegazioni di eventuali mosse complesse;

- stabilire il gruppo vincitore.

Prima di dare il via all'attività è necessario decidere se è accettabile comporre due o più tessere alla volta per ottenere una frazione. Supponiamo, ad esempio, che venga estratto il gettone con l'indicazione $1/2$: l'insegnante deve decidere se accettare che gli studenti utilizzino due pezzetti da $1/4$ per riempire $1/2$ di finestra, oppure se obbligarli a scegliere soltanto tessere "intere" da $1/2$. Nella nostra esperienza la prima scelta crea più "discussioni" e dunque ci sembra preferibile. E' da ricordare anche il fatto che mentre tutti i sacchetti contengono tessere sufficienti a coprire la vetrata se si usa il primo modo, non tutti i sacchetti contengono le tessere sufficienti a coprire la vetrata nel secondo modo.

Consigliamo di proporre questo gioco dopo che sia stato trattato in classe il concetto di frazioni e quello di somme di frazioni. In quest'ottica il laboratorio può essere utilizzato come strumento per consolidare le conoscenze acquisite durante le lezioni e per fare emergere eventuali punti deboli o lacune nelle conoscenze acquisite dagli studenti.





VIAGGIO SEGRETO

TERZO GIOCO – “VIAGGIO SEGRETO”

Indicazioni per il docente

In questa attività i ragazzi devono lavorare suddivisi in piccoli gruppi per un fine comune a tutta la classe: decifrare i nomi di alcune città italiane che fanno parte di un ipotetico “viaggio in Italia”. I nomi sono stati cifrati secondo un metodo di crittografia basato sulla scomposizione di un numero naturale nei suoi fattori primi. L’attività è organizzata come una sorta di gara a cui partecipa tutta la classe; perciò consigliamo al docente di prevedere un premio da attribuire alla classe nel caso di buona riuscita del laboratorio.

Per condurre il gioco occorre che l’insegnante:

- divida la classe in gruppi di al più 5 studenti;
- distribuisca a ciascun gruppo il foglio di “regole del gioco” (reperibile nella cartelletta);
- distribuisca a ciascun gruppo una cartina politica dell’Italia;
- distribuisca ad ogni gruppo uno dei cartoncini (righelli) su cui sono indicati il codice che fa corrispondere ad ogni cifra fra 0 e 9 alcune lettere dell’alfabeto e due sequenze di numeri interi;
- distribuisca ad ogni gruppo fogli bianchi per le prove di soluzione, una calcolatrice tascabile e una tabella di numeri primi;
- mostri ai gruppi come funziona il codice sull’esempio suggerito in queste pagine;
- controlli, sulla cartina geografica, le città indicate via via dai gruppi; se il viaggio finale proposto dalla classe è corretto, comunichi alla classe il *bonus* che viene riconosciuto per l’abilità mostrata.

Si consiglia di proporre l’attività dopo che in classe è stato affrontato l’argomento della scomposizione unica di un numero naturale nei suoi fattori primi. Il lavoro qui proposto può servire a rafforzare le conoscenze degli studenti in merito, ma è utile anche per mostrare un’applicazione piuttosto attuale dei numeri primi: per trasmettere un messaggio in modo sicuro (proteggere dati personali o economici, dalle cartelle cliniche alle carte di credito) spesso bisogna trasmetterlo in modo che l’opera di decifrazione sia, se non impossibile, almeno più lunga della vita del messaggio e del suo interesse. Per raggiungere tale scopo, i numeri primi sono uno strumento molto efficace (ovviamente non nella forma semplice usata per questo gioco).

Regole del gioco – esempio di come funziona il codice

Ad ogni gruppo è stato distribuito un cartoncino su cui sono indicati:

- il codice che fa corrispondere ad ogni cifra fra 0 e 9 alcune lettere dell’alfabeto;



- due sequenze di numeri interi, che corrispondono ai nomi di due città italiane crittografati.

I nomi delle due città italiane sono stati crittografati nel modo seguente: ogni sequenza è il prodotto di due numeri

- uno che corrisponde alla parola segreta cifrata secondo il codice indicato;
- un numero primo arbitrario.

Ogni gruppo dovrà:

- considerare, innanzitutto, ogni sequenza come un numero e scomporre quest'ultimo in fattori primi. Per esempio, se il numero è 7968, si avrà:
 $7968 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 83$
- considerare le possibili combinazioni di prodotti ottenuti moltiplicando fra loro tutti i fattori meno uno a rotazione. Quindi nell'esempio:
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 83 = 3984$
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96$
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 83 = 2656$
- trasformare quindi ogni prodotto in "parola", sostituendo ad ogni cifra la lettera corrispondente secondo il codice segreto, fino a trovare il prodotto che corrisponde ad una parola di senso compiuto. Ad esempio:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
AB	CD	EF	GHI	JKLM	NO	PQ	RS	TUV	WXYZ

3984 =	ETRG - ETRH - ETRI	96 =	TN - TO	2656 =	CNJN - CNJO
	ETSG - ETSH - ETSI		UN - UO		CNKN - CNKO
	EURG - EURH - EURI		VN - VO		CNLN - CNLO
	EUSG - EUSH - EUSI				CNMN - CNMO
	EVRG - EVRH - EVRI				COJN - COJO
	EVSG - EVSH - EVSI				COKN - COKO
	FTRG - FTRH - FTRI				COLN - COLO
	FTSG - FTSH - FTSI				COMN - <i>COMO</i>
	FURG - FURH - FURI			
	FUSG - FUSH - FUSI				
	FVRG - FVRH - FVRI				
	FVSG - FVSH - FVSI				

- infine, quando avrà trovato le due città nascoste, tracciare sulla cartina il percorso che le unisce.



VIAGGIO SEGRETO

Allo scadere del tempo a disposizione, l'insegnante controllerà le soluzioni trovate e, se saranno corrette, riconoscerà un *bonus* alla classe.

SOLUZIONI

I tappa: MILANO - ASTI

II tappa: ASTI - TRENTO

III tappa: TRENTO - ROMA

IV tappa: ROMA - AOSTA

V tappa: AOSTA - MILANO

1. MILANO = $545.166 = 2 \times 3 \times 3 \times 31 \times 977$

La sequenza numerica da decodificare è:

$$1.090.332 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 31 \times 977$$

2. ASTI = $1894 = 2 \times 947$

La sequenza numerica da decodificare è:

$$9470 = 2 \times 5 \times 947$$

3. TRENTO = $983.696 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 8783$

La sequenza numerica da decodificare è:

$$2.951.088 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 8783$$

4. ROMA = $8651 = 211 \times 41$

La sequenza numerica da decodificare è:

$$43.255 = 5 \times 41 \times 211$$

5. AOSTA = $16.891 = 7 \times 19 \times 127$

La sequenza numerica da decodificare è:

$$84.455 = 5 \times 7 \times 19 \times 127$$